

# 黄金代换

## 一、黄金代换的定义与公式

**黄金代换式**是万有引力定律中的一个重要推导公式，用于简化天体表面或近地问题中的计算。其核心公式为：

$$GM = gR^2$$

其中：

- $G$  是万有引力常量 ( $G = 6.67 \times 10^{-11} N \cdot m^2 / kg^2$ )；
- $M$  是天体质量 (如地球质量)；
- $g$  是天体表面的重力加速度 (如地球表面  $g = 9.8 m / s^2$ )；
- $R$  是天体半径 (如地球半径  $R_{地} \approx 6.37 \times 10^6 m$ )。

## 二、推导过程

1. **基本假设**：物体在天体表面时，万有引力等于重力，即：

$$mg = G \frac{Mm}{R^2}$$

2. **化简公式**：消去物体质量  $m$ ，得到：

$$g = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow GM = gR^2$$

## 三、应用场景

1. **近地卫星问题**：计算卫星的轨道速度、周期时，用  $GM = gR^2$  代替  $GM$ 。

例：第一宇宙速度  $v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{gR} \approx 7.9 km / s$ 。

2. **天体质量与密度的计算**：结合轨道公式时，避免直接使用未知的  $G$  或  $M$ 。
3. **其他天体问题**：如月球表面重力加速度的计算，需用月球的  $g_{月}$  和  $R_{月}$ 。

## 四、易错点梳理

1. **忽略适用条件**

- **错误**：在高空轨道 (如卫星轨道半径  $r = R + h$ ) 中仍用  $GM = gR^2$ 。

- **纠正：**此时应使用轨道处的重力加速度  $g'$ ， $GM = gR^2 = g'(R+h)^2$ ，而非地表  $g$ 。

## 2. 混淆半径 $R$ 的含义

- **错误：**将天体半径  $R$  误认为轨道半径  $r$ 。
- **纠正：**若卫星离地高度为  $h$ ，则轨道半径  $r = R + h$ ，需代入  $GM = gR^2$  后再计算。

## 3. 单位未统一

- **错误：**地球半径  $R$  以千米 (km) 代入，未转换为米 (m)。
- **纠正：**所有物理量必须统一为国际单位 (如  $R_{\text{地}} \approx 6.37 \times 10^6 \text{ m}$ )。

## 4. 误用天体参数

- **错误：**计算月球问题时，误用地球的  $g$  或  $R$ 。
- **纠正：**黄金代换式必需针对不同天体使用对应的  $g_{\text{天体}}$  和  $R_{\text{天体}}$ 。

## 5. 忽略自转影响

- **错误：**在赤道附近计算重力时，未考虑地球自转的离心力。
- **纠正：**高中阶段通常忽略自转，但需注意题目是否隐含此条件。