

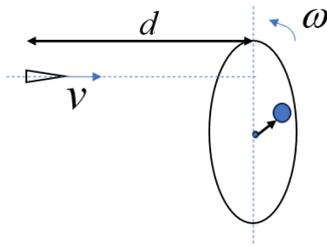
一、时间同步下的空间匹配:

- **时间同步:** 圆周运动与直线运动发生在同一时间段内, 两者运动时间 t 必须相等。
- **空间匹配:** 在时间 t 内, 圆周运动的物体转过特定角度, 直线运动的物体到达特定位置, 两者需满足几何或运动学条件 (如相遇、碰撞或位置对齐)。

关键矛盾: 通过时间 t 将旋转角度与直线位移关联, 建立方程求解参数 (如速度、角速度、初始角度等)。

二、典型例题与解析

例 1: 圆盘以角速度 ω 匀速转动, 距中心 r 处有一小孔。与圆盘水平距离 d 处的子弹以速度 v 沿直线射向圆盘, 当子弹到达圆盘平面时, 小孔恰好转到子弹路径上。求子弹发射时圆盘的初始角度 θ_0 。



解析:

1. 时间关联:

子弹飞行时间 $t = \frac{d}{v}$ (d 为初始距离)。

2. 角位移条件:

圆盘在时间 t 内转过角度:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t = 2\pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

(小孔每转一圈回到原位, 故需对齐时角度为 $2\pi n$)

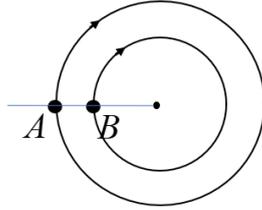
3. 初始角度:

$$\theta_0 = 2\pi n - \omega \cdot \frac{d}{v}$$

物理意义: 初始角度需补偿圆盘在子弹飞行期间的转动。

例 2: A、B 两个小球绕同一个圆心向同一方向做匀速圆周运动, 周期分别为 T_A 、 T_B , 且

$T_A > T_B$, 某时刻, 两个小球与圆心共线且位于同一侧, 如图所示。



- (1) 经过多长时间，两个小球相距最远？
 (2) 经过多长时间，两个小球再次相距最近？

解：(1) 设经过时间 t_1 ，两个小球相距最远。

由于 $T_A > T_B$ ，可知 B 小球转动的更快，相距最远时，B 球比 A 球多转了半圈的奇数倍，即 $2k\pi + \pi$ 。

根据 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ， $\theta = \omega t$ ，B 球转过的角度 $\theta_B = \frac{2\pi}{T_B} t_1$ ，A 球转过的角度 $\theta_A = \frac{2\pi}{T_A} t_1$

则 $\theta_B - \theta_A = 2k\pi + \pi$ ，可得：
$$\frac{2\pi}{T_B} t_1 - \frac{2\pi}{T_A} t_1 = 2k\pi + \pi$$

解得：
$$t_1 = \frac{(2k+1)T_A T_B}{2(T_A - T_B)} (k=1, 2, 3, \dots)$$

(2) 设经过时间 t_2 ，两个小球再次相距最近。当两球再次相距最近时，B 球比 A 球多转了整数圈，即 $2k\pi$ 。

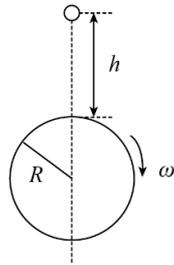
根据 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ， $\theta = \omega t$ ，B 球转过的角度 $\theta'_B = \frac{2\pi}{T_B} t_2$ ，A 球转过的角度 $\theta'_A = \frac{2\pi}{T_A} t_2$

则 $\theta'_B - \theta'_A = 2k\pi$ ，可得：
$$\frac{2\pi}{T_B} t_2 - \frac{2\pi}{T_A} t_2 = 2k\pi$$

解得：
$$t_2 = \frac{kT_A T_B}{T_A - T_B} (k=1, 2, 3, \dots)$$

例 3：如图所示，小球自空中匀速下落。并沿匀速转动的圆形纸筒圆心穿过，纸筒半径 $R = 5\text{m}$ ，小球速度 $v = 5\text{m/s}$ 。 g 取 10m/s^2 。若小球穿筒壁时能量损失不计，撞破纸的时间

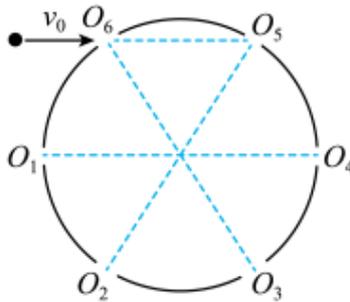
也可不计，且小球穿过后纸筒上只留下一个孔，则纸筒转动的角速度可能为（ ）



- A. $0.25\pi \text{ rad/s}$ B. $0.75\pi \text{ rad/s}$ C. $\pi \text{ rad/s}$ D. $1.5\pi \text{ rad/s}$

答案：D

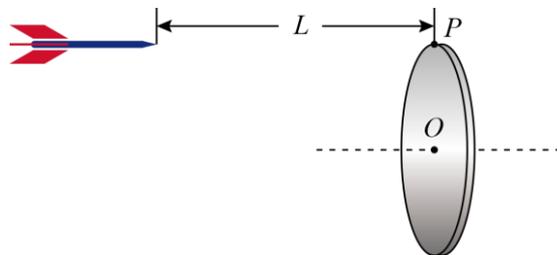
例 4: (多选)底部光滑的圆筒绕竖直中心轴逆时针转动，筒壁上贴近底部的一个水平圆周上均匀分布着 6 个小孔 O_1 至 O_6 ，如图所示是其俯视图，圆筒半径 $R=20\text{cm}$ 。一个小球恰好从 O_6 以 $v_0=3\text{m/s}$ 射入，入射方向与 O_1O_4 平行，不考虑小球在圆筒内运动时竖直方向的位移。若要使小球从 O_3 孔射出，则圆周匀速转动的角速度大小可能为（ ）



- A. $10 \pi \text{ rad/s}$ B. $20 \pi \text{ rad/s}$ C. $40 \pi \text{ rad/s}$ D. $50 \pi \text{ rad/s}$

答案：AC

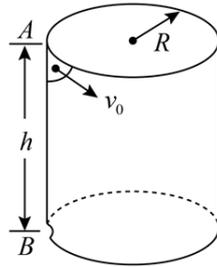
例 5: 如图所示，一位同学玩飞镖游戏，圆盘最上端有一 P 点，飞镖抛出时与 P 等高，且距离 P 点为 L ，当飞镖以初速度 v_0 垂直盘面瞄准 P 点抛出的同时，圆盘以经过盘心 O 点的水平轴在竖直平面内匀速转动，忽略空气阻力，重力加速度为 g ，若飞镖恰好击中 P 点，则（ ）



- A. 圆盘的半径可能为 $\frac{gL^2}{2v_0^2}$ B. 圆盘转动的周期可能为 $\frac{L}{3v_0}$
 C. 圆盘转动的角速度最小值为 $\frac{2\pi v_0}{L}$ D. P 点随圆盘转动的线速度可能为 $\frac{5\pi gL}{4v_0}$

答案：D

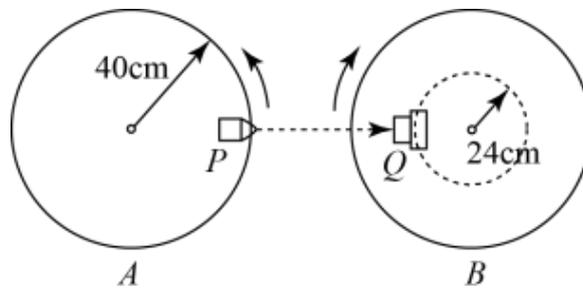
例 6: 如图所示, 竖直薄壁圆筒内壁光滑, 其半径为 R , 上部侧面 A 处开有小口, 在 A 处小口的正下方 B 处亦开有与其大小相同的小口, 小球从 A 处小口沿切线方向水平射入筒内, 使小球紧贴筒内壁运动. 要使小球从 B 处小口处飞出, 小球进入 A 处小口的最小速率 v_0 为 ()



- A. $\pi R \sqrt{\frac{g}{2h}}$ B. $\pi R \sqrt{\frac{2g}{h}}$ C. $\pi R \sqrt{\frac{2h}{g}}$ D. $2\pi R \sqrt{\frac{g}{h}}$

答案: B

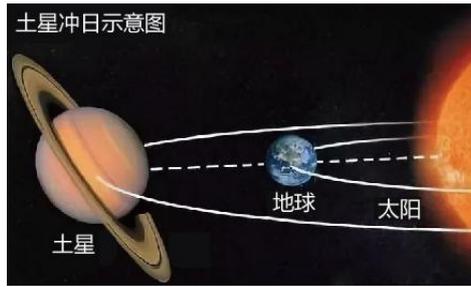
例 7: (多选) 某机器内有两个围绕各自固定轴匀速转动的铝盘 A、B, A 盘上固定一个信号发射装置 P, 能持续沿半径向外发射红外线, P 到圆心的距离为 40cm. B 盘上固定一个带窗口的红外线信号接收装置 Q, Q 到圆心的距离为 24cm. P、Q 转动的线速度均为 4π m/s. 当 P、Q 正对时, P 发出的红外线恰好进入 Q 的接收窗口, 如图, P、Q 可视为质点. 则 ()



- A. A 盘的转速为 5 转/秒
 B. Q 的周期为 0.2s
 C. Q 每隔一定时间就能接收到红外线信号, 这个时间的最小值为 0.24s
 D. Q 每隔一定时间就能接收到红外线信号, 这个时间的最小值为 0.6s

答案: AD

例 8: 如图, 2023年8月27日发生了土星冲日现象, 土星冲日是指土星、地球和太阳三者近似排成一条直线, 地球位于太阳与土星之间. 已知地球和土星绕太阳公转的方向相同, 轨迹均近似为圆, 土星绕太阳公转周期约30年. 下次出现土星冲日现象应该在 ()



A. 2024年

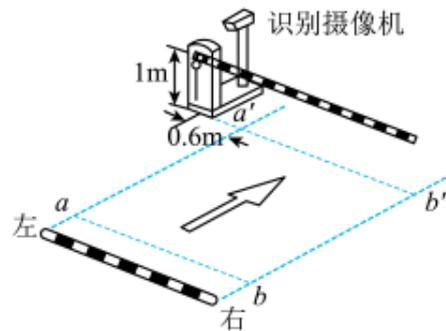
B. 2038年

C. 2050年

D. 2053年

答案：A

例 9：学校门口的车牌自动识别系统如图所示，闸杆距地面高为1m，可绕转轴 O 在竖直面内匀速转动，自动识别区前边界 ab 到后边界 $a'b'$ 的距离为6.9m，闸杆开始保持水平静止， $a'b'$ 在闸杆的正下方。汽车以速度3m/s 匀速驶入自动识别区，识别的反应时间为0.3s，若汽车可看成高1.6m的长方体，闸杆转轴 O 与车左侧面的水平距离为0.6m。要使汽车匀速顺利通过，闸杆拍杆时匀速转动的角速度至少为（ ）



A. $\frac{\pi}{3}$ rad/s

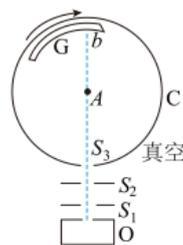
B. $\frac{\pi}{4}$ rad/s

C. $\frac{\pi}{6}$ rad/s

D. $\frac{\pi}{8}$ rad/s

答案：D

例 10：如图所示为蔡特曼和柯氏改进后测定分子速度大小的装置简图。银蒸汽分子从小炉 O 的细缝中逸出沿虚线通过圆筒上的细缝 S_3 进入圆筒 C 并落在玻璃板 G 上。已知圆筒 C 的直径为 d ，转速为 n ，银分子在玻璃板 G 上的落点与 b 之间的弧长为 s 。则银分子的最大速率为（ ）



A. $v = \frac{dn}{s}$

B. $v = \frac{d^2n}{s}$

C. $v = \frac{\pi d^2n}{s}$

D. $v = \frac{\pi d^2n}{2s}$

答案：C