

## 竖直面内的圆周运动之杆模型和管道模型

核心特点:

- **约束条件:** 杆既能提供拉力, 也能提供支持力, 方向可沿杆向心或离心。
- **临界条件:** 杆模型在最高点无严格速度下限 (速度可为零)。

最高点受力分析

- **公式:**  $N + mg = m \frac{v^2}{r}$  (支持力  $N$  可正可负, 负值表示杆提供拉力)。

最低点受力分析

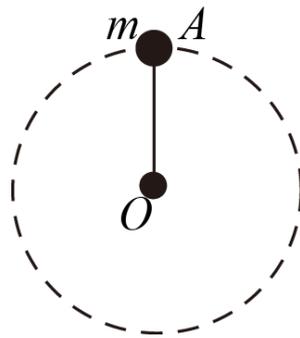
- **公式:**  $T - mg = m \frac{v^2}{r}$  (拉力  $T$  最大)。

★管道模型与杆模型类似。

1. 轻杆的一端有一个小球, 另一端有光滑的固定轴  $O$ 。现给球一初速度, 使球和杆一起绕  $O$  轴在竖直面内转动, 不计空气阻力, 用  $F$  表示球到达最高点时杆对小球的作用力, 则  $F$  ( )  
A. 一定是拉力  
B. 一定是推力  
C. 一定等于 0  
D. 可能是拉力, 可能是推力, 也可能等于 0

【答案】 D

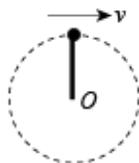
2. 如图所示, 质量为  $m$  的小球固定在长为  $L$  的细杆一端, 绕细杆的另一端  $O$  在竖直面内做圆周运动, 球转到最高点  $A$  时, 线速度大小为  $\sqrt{\frac{gL}{2}}$ , 此时 ( )



- A. 球受到  $\frac{mg}{2}$  的拉力
- B. 球受到  $\frac{3mg}{2}$  的支持力
- C. 球受到  $\frac{3mg}{2}$  的拉力
- D. 球受到  $\frac{mg}{2}$  的支持力

【答案】 D

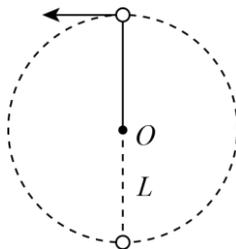
3. 如图所示、长1m的轻质细杆，一端固定有一个质量为2kg的小球，另一端由电动机带动、使杆绕O点在竖直平面内做匀速圆周运动，小球的速率为2m/s，下列说法正确的是（ $g$ 取 $10\text{m/s}^2$ ）（ ）



- A. 小球通过最低点时，对杆的拉力大小是28N，处于超重状态  
 B. 小球通过最高点时，对杆的拉力大小是28N，处于超重状态  
 C. 小球通过最低点时，对杆的拉力大小是12N，处于失重状态  
 D. 小球通过最高点时，对杆的拉力大小是12N，处于失重状态

【答案】 A

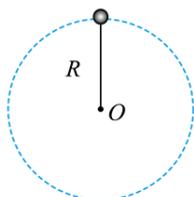
4. 如图所示，轻杆长为 $L$ ，一端固定在水平轴上的O点，另一端固定一个小球（可视为质点）。小球以O为圆心在竖直平面内做圆周运动，且能通过最高点， $g$ 为重力的加速度。下列说法正确的是（ ）



- A. 小球到达最高点时的加速度不可能为零  
 B. 小球通过最低点时所受轻杆的作用力不可能向下  
 C. 小球通过最高点时所受轻杆的作用力一定随小球速度的增大而增大  
 D. 小球通过最低点时所受轻杆的作用力可能随小球速度的增大而减小

【答案】 B

5. 如图所示，轻杆一端固定在O点，另一端固定一小球，现让小球在竖直平面内做半径为 $R$ 的圆周运动。小球运动到最高点时，受到的弹力大小为 $F$ ，则下列说法中正确的是（ ）



- A. 小球在最高点时受到的弹力 $F$ 的方向一定竖直向下  
 B. 小球在最高点时受到的弹力 $F$ 的方向可能竖直向上  
 C. 小球在最高点时受到的弹力 $F$ 的大小一定不能为零

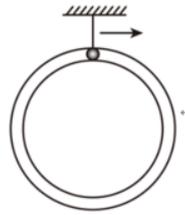
D. 小球在最高点时受到的弹力  $F$  的大小一定不能与小球的重力等大

【答案】 B

6. (多选) 一长为  $1\text{m}$  的轻质木杆一端连着质量为  $0.5\text{kg}$  的球，球绕杆的另一端  $O$  点在竖直面内做圆周运动，下列说法正确的是 (取重力加速度大小  $g = 10\text{m/s}^2$ ) ( )
- A. 杆做匀速圆周运动的角速度为  $2\text{rad/s}$  时，球在最高点时对杆的作用力大小为  $3\text{N}$
- B. 杆做匀速圆周运动的角速度为  $2\text{rad/s}$  时，球在最低点时对杆的作用力大小为  $13\text{N}$
- C. 杆做匀速圆周运动的转速为  $\frac{2}{\pi}\text{r/s}$  时，球在最高点时对杆的作用力大小为  $3\text{N}$
- D. 杆做匀速圆周运动的转速为  $\frac{2}{\pi}\text{r/s}$  时，球在最低点时对杆的作用力大小为  $15\text{N}$

【答案】 AC

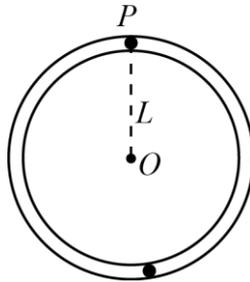
7. 某校的物理兴趣小组设计了如图所示的玩具轨道，内壁光滑的细圆管用轻杆固定在竖直面内，小球 (可视为质点) 直径略小于细圆管的内径，小球运动到圆管最高点时，杆对圆管的作用力为零，已知细圆管和小球的质量相等，细圆管半径为  $0.5\text{m}$ ，重力加速度大小  $g$  取  $10\text{m/s}^2$ ，不计空气阻力，则小球在最高点的速度大小为 ( )



- A.  $\sqrt{5}\text{m/s}$       B.  $\sqrt{10}\text{m/s}$       C.  $5\text{m/s}$       D.  $10\text{m/s}$

【答案】 B

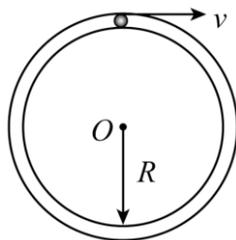
8. 如图所示，半径为  $L$  的圆管轨道竖直放置，管内壁光滑，管内有一个质量为  $m$  的小球做圆周运动，圆管内径远小于轨道半径，小球直径略小于圆管内径。则 ( )



- A. 若小球能在圆管轨道做完整圆周运动，最高点  $P$  的速度  $v$  最小值为  $\sqrt{gL}$
- B. 若过最高点  $P$  的速度  $v$  增大，小球在  $P$  点所需的向心力可能减小
- C. 若过最高点  $P$  的速度  $v < \sqrt{gL}$  在  $P$  点，轨道对小球的弹力大小  $F_N = mg - m\frac{v^2}{L}$
- D. 若过最高点  $P$  的速度  $v > \sqrt{gL}$ ，在  $P$  点，轨道对小球的弹力大小  $F_N = mg + m\frac{v^2}{L}$

【答案】 C

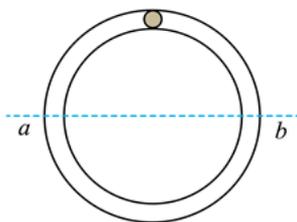
9. 如图所示，将内壁光滑、半径为  $R$  的圆形细管竖直固定放置，一质量为  $m$  的小球（视为质点）在管内做圆周运动，小球过最高点时的速度为  $v$ ，则下列说法正确的是（ ）



- A. 小球做的是匀速圆周运动
- B. 小球通过最高点的最小速度为  $\sqrt{gR}$
- C. 小球恰好到达最高点时，对细管的作用力为零
- D. 若小球在最高点的速度  $v > \sqrt{gR}$ ，会对细管的外侧内壁有作用力

【答案】 D

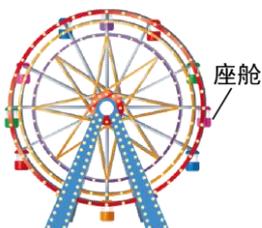
10. (多选)如图所示，竖直固定放置一半径为  $R$  的光滑圆形管道， $ab$  为过圆心的水平线，质量为  $m$  的小球在管状轨道内做完整的圆周运动，已知小球直径略小于管道内径，重力加速度为  $g$ 。则（ ）



- A. 小球在水平线  $ab$  以上管道中运动时，外侧管壁对小球一定没有作用力
- B. 小球在水平线  $ab$  以下管道中运动时，内侧管壁对小球一定没有作用力
- C. 小球通过最低点时的弹力大小可能为  $\frac{9}{2}mg$
- D. 若在最高点管道对小球的弹力大小为  $\frac{3}{2}mg$ ，则一定是外侧管壁对小球的作用力

【答案】 BD

11. 如图所示，摩天轮悬挂的座舱在竖直平面内做匀速圆周运动。座舱内一名游客的质量为  $m$ ，运动半径为  $R$ ，角速度大小为  $\omega$ ，重力加速度为  $g$ ，则该游客（ ）



A.运动周期为  $\frac{2\pi R}{\omega}$

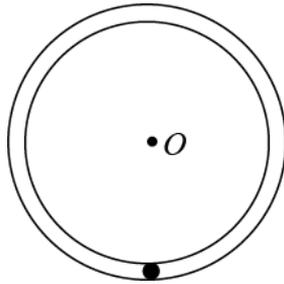
B.线速度的大小为  $\omega R$

C.在最高点受到的重力小于  $mg$

D.在最低点受到的支持力大于  $mg$

【答案】 B

12. 如图所示为空间站中模拟地球上重力的装置，环形实验装置的外侧壁相当于“地板”，让环形实验装置绕O点旋转，能使“地板”上可视为质点的物体与地球表面处有同样的“重力”，则旋转角速度应为（地球表面重力加速度为 $g$ ，装置的外半径为 $R$ ）（ ）



A.  $\sqrt{\frac{g}{R}}$

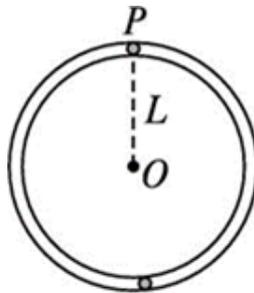
B.  $\sqrt{\frac{R}{g}}$

C.  $2\sqrt{\frac{g}{R}}$

D.  $\sqrt{\frac{2R}{g}}$

【答案】 A

13. 如图半径为 $L$ 的细圆管轨道竖直放置，管内壁光滑，管内有一个质量为 $m$ 的小球做完整的圆周运动，圆管内径远小于轨道半径，小球直径略小于圆管内径，下列说法不正确的是（ ）



A.若小球能在圆管轨道做完整圆周运动，最高点 $P$ 的速度 $v$ 最小值为  $\sqrt{gL}$

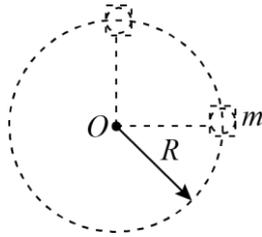
B.经过最低点时小球一定处于超重状态

C.经过最高点 $P$ 小球可能处于完全失重状态

D.若经过最高点 $P$ 的速度 $v$ 增大，小球在 $P$ 点对管壁压力可能减小

【答案】 A

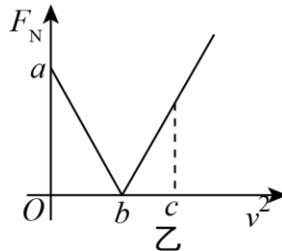
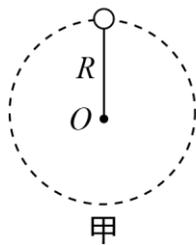
14. 如图，质量为 $m$ 的小球置于内部光滑的正方体盒子中，盒子的边长略大于球的直径。盒子在竖直平面内做半径为 $R$ 、周期为 $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$ 的匀速圆周运动，重力加速度大小为 $g$ ，则（ ）



- A. 盒子运动到最高点时，小球对盒子底部压力为  $mg$
- B. 盒子运动到最低点时，小球对盒子底部压力为  $2mg$
- C. 盒子运动到最低点时，小球对盒子底部压力为  $6mg$
- D. 盒子从最低点向最高点运动的过程中，球处于超重状态

【答案】 B

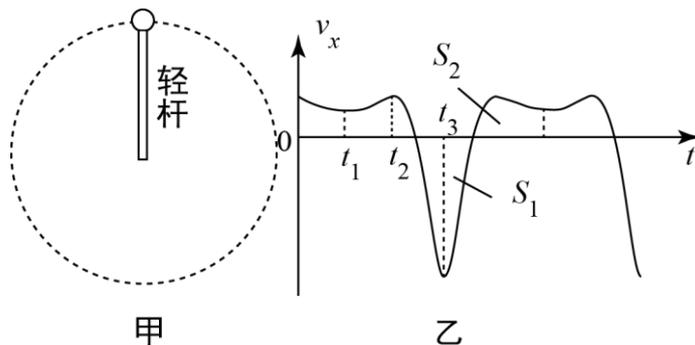
15. 如图甲所示，一轻杆一端固定在  $O$  点，另一端固定一小球，在竖直平面内做半径为  $R$  的圆周运动。小球运动到最高点时，杆与小球间弹力大小为  $F_N$ ，小球在最高点的速度大小为  $v$ ， $F_N - v^2$  图像如图乙所示。下列说法正确的是 ( )



- A. 当地的重力加速度大小为  $\frac{R}{b}$
- B. 小球的质量为  $\frac{aR}{b}$
- C. 当  $v^2 = c$  时，杆对小球弹力方向向上
- D. 若  $v^2 = 2b$ ，则杆对小球弹力大小为  $2a$

【答案】 B

16. 如图甲所示，轻杆一端与一小球相连，另一端连在光滑固定轴上，可在竖直平面内自由转动。现使小球在竖直平面内做圆周运动，到达某一位置开始计时，取水平向右为正方向，小球的水平分速度  $v_x$  随时间  $t$  的变化关系如图乙所示。不计空气阻力。下列说法中正确的是 ( )



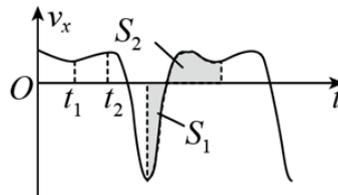
- A.  $t_1$ 时刻小球通过最高点，图乙中 $S_1$ 和 $S_2$ 的面积相等
- B.  $t_2$ 时刻小球通过最高点，图乙中 $S_1$ 和 $S_2$ 的面积相等
- C.  $t_1$ 时刻小球通过最高点，图乙中 $S_1$ 和 $S_2$ 的面积不相等
- D.  $t_2$ 时刻小球通过最高点，图乙中 $S_1$ 和 $S_2$ 的面积不相等

【答案】 A

17. 如图甲所示，轻杆一端与一小球相连，另一端连在光滑固定轴上，可在竖直平面内自由转动。现使小球在竖直平面内做圆周运动，到达某一位置开始计时，取水平向右为正方向，小球的水平分速度 $v_x$ 随时间 $t$ 的变化关系如图乙所示，不计空气阻力。下列说法正确的是（ ）



图甲



图乙

- A. 小球在最高点时，轻杆对小球的作用力可能比小球在最低点时大
- B. 小球在最低点时，轻杆对小球的作用力恰好提供向心力
- C.  $t_2$ 时刻小球通过最高点
- D. 图乙中 $S_1$ 和 $S_2$ 的面积相等

【答案】 D

18. 如图 1 所示，轻杆的一端固定一小球（视为质点），另一端套在光滑的水平轴 $O$ 上， $O$ 轴的正上方有一速度传感器，可以测量小球通过最高点时的速度大小 $v$ ； $O$ 轴处有力传感器，可以测量小球通过最高点时 $O$ 轴受到杆的作用力 $F$ ，若竖直向下为力的正方向，小球在最低点时给不同的初速度，得到 $F - v^2$ 图像如图 2 所示，取 $g = 10\text{m/s}^2$ ，则（ ）

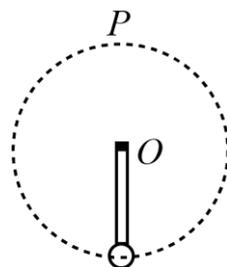


图1

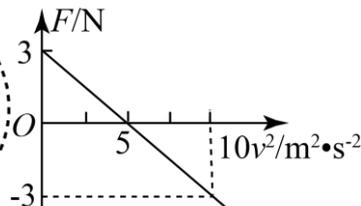


图2

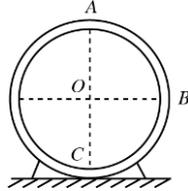
- A. 小球恰好通过最高点时的速度大小为  $5\text{m/s}$
- B. 小球以 $2\text{m/s}$ 的速度通过最高点时，杆对球的拉力大小为  $0.6\text{N}$

C.O轴到球心间的距离为 0.5m

D.小球的质量为 3kg

【答案】 C

19. 一个内壁光滑置于竖直平面内半径为 $r$ 的圆环，圆环与基座质量为 $M$ ，一个质量为 $m$ 的小球沿环壁作圆周运动，而圆环及基座保持静止，如图所示，小球运动至环最高点A时速度为 $v$ ，求：



(1)在A处圆环对小球作用力的大小.

(2)小球在A时，地面对环与基座的支持力大小.

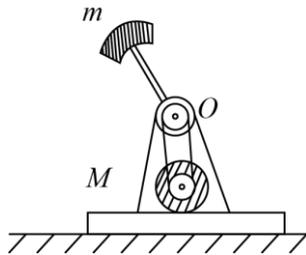
(3)至B点时，地面对环与基座的支持力大小为 \_\_\_\_\_ ，摩擦力的方向 \_\_\_\_\_ .（重力加速度为 $g$ ）

【答案】 (1)  $m\frac{v^2}{r} - mg$

(2)  $Mg + mg - m\frac{v^2}{r}$

(3) $Mg$ 水平向左

20. 如图是电动打夯机的结构示意图，电动机带动质量为 $m$ 的重锤（重锤可视为质点）绕转轴 $O$ 匀速转动，重锤转动半径为 $R$ . 电动机连同打夯机底座的质量为 $2m$ ，重锤和转轴 $O$ 之间连接杆的质量可以忽略不计，重力加速度为 $g$ ，若重锤以 $\omega = \sqrt{\frac{2g}{R}}$ 转动，则当重锤摆到最高点时，底座对地面的支持力为（ ）



A.  $\frac{1}{2}mg$

B.  $mg$

C.  $2mg$

D.  $\frac{3}{2}mg$

【答案】 B